



POLITECNICO DI MILANO



POLO TERRITORIALE  
DI CREMONA

 POLITECNICO DI MILANO



## Un modello di gestione della Digestione

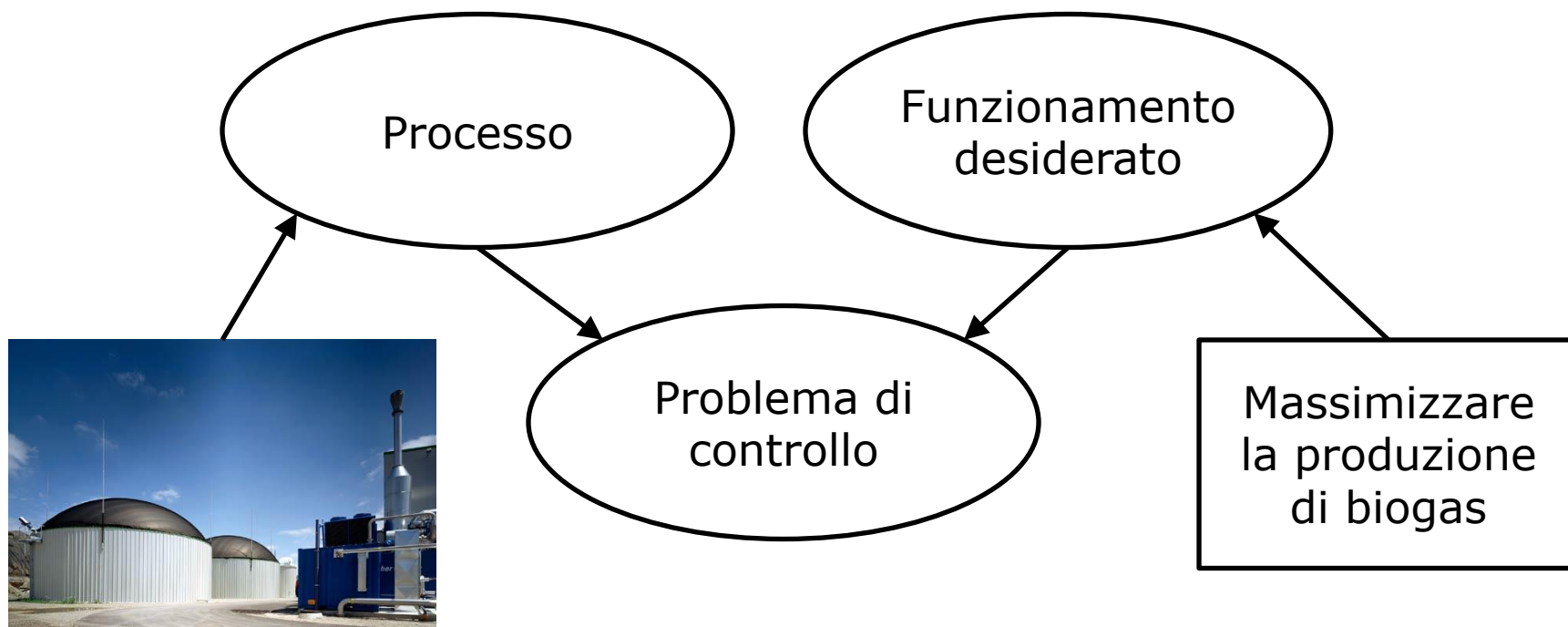
*G. Ferretti*

Fabbrica della Bioenergia – Open Day – 4 febbraio 2014



# Il problema di controllo

Il problema di controllo consiste nell'imporre un funzionamento desiderato ad un processo assegnato





## Il modello

Per imporre un funzionamento desiderato ad un processo assegnato è necessario descrivere come “funziona” il processo, è cioè necessario ricavare un ***modello***





# Il modello → sistema dinamico

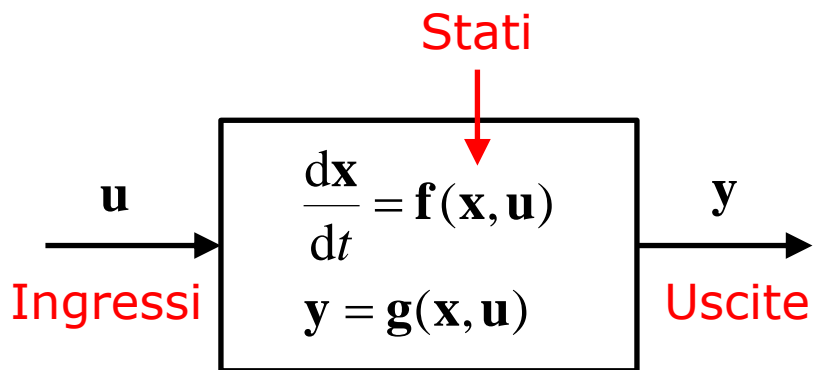


$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

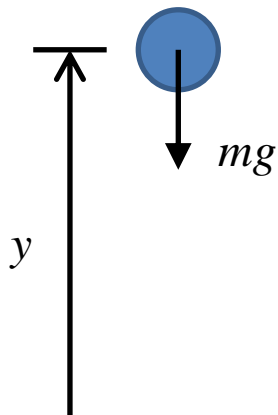




# Il modello → sistema dinamico



Corpo in caduta libera



$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -g$$

$$y = x_1$$

Equazioni differenziali

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ \vdots \\ g_p(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m) \end{bmatrix}$$

Equazioni algebriche



# “I” modello della digestione anaerobica: ADM1

Modello ADM1:

- 35 equazioni differenziali (35 variabili di stato)
- 19 processi biochimici
- **Più di 100 parametri**

$$\frac{dC_i^l}{dt} = \frac{1}{t_{HR}} \left( C_{i,in}^l - C_i^l \right) + \sum_{j=1}^{19} \rho_j v_{i,j}$$

Stato

Ingresso

Velocità di reazione

Tempo di ritenzione idraulica

Coefficienti stechiometrici



# Variabili di stato

---

$C_1^l = S_{su}$	Sugars	$C_2^l = S_{aa}$	Amino acids
$C_3^l = S_{fa}$	Long chain fatty acids	$C_4^l = S_{va}$	Valeric acid
$C_5^l = S_{bu}$	Butyric acid	$C_6^l = S_{pro}$	Propionic acid
$C_7^l = S_{ac}$	Acetic acid	$C_8^l = S_{H_2}$	Dissolved hydrogen
$C_9^l = S_{CH_4}$	Dissolved methane	$C_{10}^l = S_{IC}$	Total inorganic carbon
$C_{11}^l = S_{IN}$	Total inorganic nitrogen	$C_{12}^l = S_i$	Soluble inerts
$C_{13}^l = X_c$	Composite	$C_{14}^l = X_{ch}$	Carbohydrates
$C_{15}^l = X_{pr}$	Proteins	$C_{16}^l = X_{li}$	Lipids
$C_{17}^l = X_{su}$	Sugars degraders	$C_{18}^l = X_{aa}$	Aminoacid degraders
$C_{19}^l = X_{fa}$	Long chain fatty acid degraders	$C_{20}^l = X_{C_4}$	Valerate and butyrate degraders
$C_{21}^l = X_{pro}$	Propionate degraders	$C_{22}^l = X_{ac}$	Acetate degraders
$C_{23}^l = X_{H_2}$	Hydrogen degraders	$C_{24}^l = X_i$	Particulate inerts
$C_{25}^l = S_{cat}$	Cations	$C_{26}^l = S_{an}$	Anions

---

$C_1^g = S_{CO_2}$  Carbon dioxide    $C_2^g = S_{CH_4}$  Methane    $C_3^g = S_{H_2}$  Hydrogen

---

$C_{27}^l = S_{vam}$  Valerate    $C_{28}^l = S_{bum}$  Butyrate    $C_{29}^l = S_{prom}$  Propionate  
 $C_{30}^l = S_{acm}$  Acetate    $C_{31}^l = S_{HCO_3}$  Bicarbonate    $C_{32}^l = S_{NH_3}$  Free ammonia

---

Fase liquida  
 "S" → substrato  
 (sostanze)  
 "X" → biomassa  
 (batteri)

Fase  
 gassosa

Acidi dissociati  
 e ammoniaca libera



- 
- |                         |                               |                          |
|-------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| 1 Disintegration        | 2 Hydrolysis of carbohydrates | 3 Hydrolysis of proteins |
| 4 Hydrolysis of lipids  | 5 Uptake of sugars            | 6 Uptake of aminoacids   |
| 7 Uptake of LCFA        | 8 Uptake of valerate          | 9 Uptake of butyrate     |
| 10 Uptake of propionate | 11 Uptake of acetate          | 12 Uptake of hydrogen    |
| 13 Decay of $X_{su}$    | 14 Decay of $X_{aa}$          | 15 Decay of $X_{fa}$     |
| 16 Decay of $X_{C_4}$   | 17 Decay of $X_{pro}$         | 18 Decay of $X_{ac}$     |
| 19 Decay of $X_{H_2}$   |                               |                          |
-





## Troppo complicato!

- Il modello ADM1 non è utilizzabile per il controllo a causa della sua complessità
- Il problema non è tanto il numero delle equazioni, nè la loro complessità
- Il vero problema è la dipendenza da un ***enorme numero di parametri (>100) che variano al variare delle condizioni operative***
- È necessario ricorrere a ***modelli più semplici***, caratterizzati da un numero molto inferiore di variabili e parametri



## Il modello AMOCO

- Il modello AMOCO è stato sviluppato proprio per affrontare il problema di controllo e descrive sostanzialmente 2 processi:
  1. In un primo processo i batteri acidogeni  $X_1$  consumano il substrato organico  $S_1$  e producono anidride carbonica e acidi grassi volatili (VFA)  $S_2$
  2. In un secondo processo i batteri metanogeni  $X_2$  consumano gli acidi grassi volatili per crescere e produrre nuovamente anidride carbonica e metano
- Il modello è stato successivamente modificato per tener conto:
  - del processo di idrolisi ( $\rightarrow$  variabile di stato  $X_0$ )
  - di un termine di decadimento delle biomasse
  - del contributo dell'azoto inorganico all'alcalinità



# Il modello AMOCO modificato

$$\frac{dX_0}{dt} = \frac{1}{t_{HR}}(X_{0,in} - X_0) - \mu_0 X_0$$

$$\frac{dS_1}{dt} = \frac{1}{t_{HR}}(S_{1,in} - S_1) + k_0 \mu_0 X_0 - k_1 \mu_{1,max} \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} X_1$$

$$\frac{dS_2}{dt} = \frac{1}{t_{HR}}(S_{2,in} - S_2) + k_2 \mu_{1,max} \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} X_1 - k_3 \mu_{2,max} \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} X_2$$

$$\frac{dX_1}{dt} = -\frac{1}{t_{HR}} X_1 + \mu_{1,max} \left( \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} - k_{d1} \right) X_1$$

$$\frac{dX_2}{dt} = -\frac{1}{t_{HR}} X_2 + \mu_{2,max} \left( \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} - k_{d2} \right) X_2$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{1}{t_{HR}}(Z_{in} - Z) + (k_1 N_{S1} - N_{bac}) \mu_{1,max} \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} X_1 - N_{bac} \mu_{2,max} \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} X_2$$

$$+ k_{d1} N_{bac} \mu_{1,max} X_1 + k_{d2} N_{bac} \mu_{2,max} X_2$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{t_{HR}}(C_{in} - C) + k_4 \mu_{1,max} \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} X_1 + k_5 \mu_{2,max} \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} X_2 - r_C$$

$$\varphi = C + S_2 - Z + K_H P_T + \frac{k_6}{k_{La}} \mu_{2,max} \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} X_2$$

$$r_C = k_{La} \left[ (C + S_2 - Z) - \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4K_H P_T (C + S_2 - Z)}}{2} \right]$$

$$r_{CH_4} = k_6 \mu_{2,max} \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} X_2$$

- 7 (5) equazioni differenziali
- 3 (1) equazioni algebriche
- 20 (12) parametri



## Identificazione dei parametri

- Disponendo di alcune **misure** di variabili di **ingresso** e **uscita** è possibile cercare di stimare, o meglio, **identificare**, i valori di alcuni parametri incerti
- Si considerano le misure degli ingressi  $u(k)$  e delle uscite  $y(k)$  in  $N$  istanti di campionamento:  $k = 1, 2, \dots, N$
- Si calcola ad ogni istante l'**errore** fra la **misura dell'uscita**  $y(k)$  e l'**uscita calcolata dal modello**  $\hat{y}(k, \delta)$  per un dato valore  $\delta$  dei parametri da identificare

$$e(k, \delta) = y(k) - \hat{y}(k, \delta)$$

- Si sommano tutti gli errori ottenuti negli  $N$  istanti di campionamento:

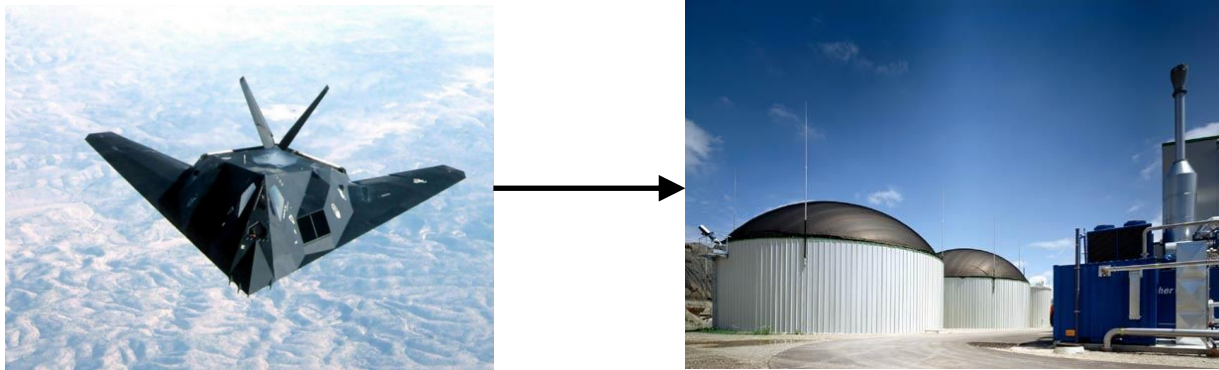
$$J(\delta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N e^T(k, \delta) e(k, \delta) \quad \left( \text{Una sola uscita} \Rightarrow J(\delta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N e^2(k, \delta) \right)$$

- Si "cerca" il valore di  $\delta$  che rende minima la somma degli errori  $J(\delta)$



## Trasformazione del modello in forma LFT

- Il modello AMOCO però, pur essendo molto più semplice del modello ADM1, è **non lineare** (le equazioni non sono di tipo lineare), mentre le tecniche classiche di identificazione si applicano a modelli lineari
- Si è pertanto pensato di trasformare il modello in **Forma Lineare Frazionaria (LFT)** ed applicare una tecnica di identificazione particolarmente diffusa nel mondo aeronautico
- La riformulazione del modello in forma LFT agevola la ricerca del valore "ottimo" dei parametri





# Modello AMOCO in forma LFT

## AMOCO

$$\frac{dX_0}{dt} = \frac{1}{t_{HR}}(X_{0,in} - X_0) - \mu_0 X_0$$

$$\frac{dS_1}{dt} = \frac{1}{t_{HR}}(S_{1,in} - S_1) + k_0 \mu_0 X_0 - k_1 \mu_{1,max} \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} X_1$$

$$\frac{dS_2}{dt} = \frac{1}{t_{HR}}(S_{2,in} - S_2) + k_2 \mu_{1,max} \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} X_1$$

$$- k_3 \mu_{2,max} \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} X_2$$

$$\frac{dX_1}{dt} = -\frac{1}{t_{HR}} X_1 + \mu_{1,max} \left( \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} - k_{d1} \right) X_1$$

$$\frac{dX_2}{dt} = -\frac{1}{t_{HR}} X_2 + \mu_{2,max} \left( \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} - k_{d2} \right) X_2$$

$$r_{CH_4} = k_6 \mu_{2,max} \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + S_2^2/K_{I2}} X_2$$

## AMOCO LFT

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 \zeta + B_3 u$$

$$z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} \zeta + D_{13} u$$

$$\omega = C_2 x + D_{21} w + D_{22} \zeta + D_{23} u$$

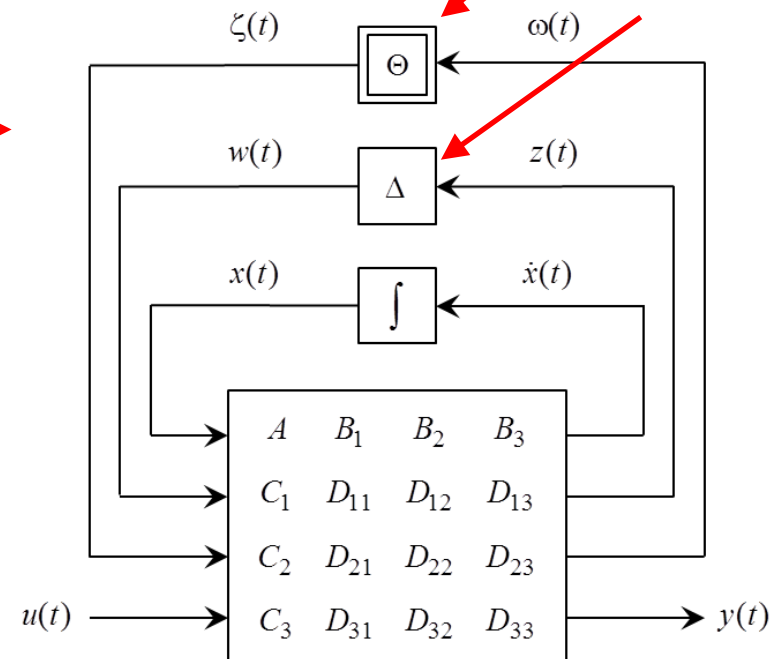
$$y = C_3 x + D_{31} w + D_{32} \zeta + D_{33} u$$

$$w = \Delta z = \text{diag}\{\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_q I_{r_q}\} z$$

$$\zeta = \Theta(\omega)$$

Funzioni non lineari

Parametri





# Identificazione basata su simulazioni del modello ADM1

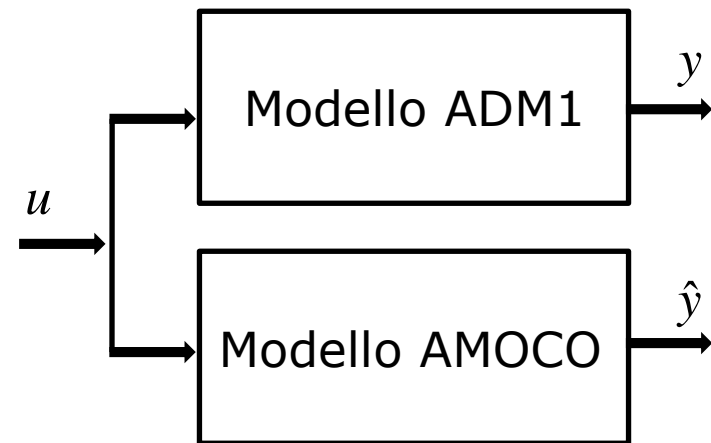
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -dx_1 - \delta_6 x_1 + du_1 \\ \dot{x}_2 &= -dx_2 + \delta_1 \delta_6 x_1 - \delta_2 \mu_{1,\max} \frac{x_2}{x_2 + K_{S1}} x_4 + du_2 \\ \dot{x}_3 &= -dx_3 + du_3 + \delta_3 \mu_{1,\max} \frac{x_2}{x_2 + K_{S1}} x_4 \\ &\quad - \delta_4 \mu_{2,\max} \frac{x_3}{x_3 + K_{S2} + x_3^2/K_{I2}} x_5 \\ \dot{x}_4 &= -dx_4 + \mu_{1,\max} \left( \frac{x_2}{x_2 + K_{S1}} - k_{d1} \right) x_4 \\ \dot{x}_5 &= -dx_5 + \mu_{2,\max} \left( \frac{x_3}{x_3 + K_{S2} + x_3^2/K_{I2}} - k_{d2} \right) x_5 \\ y_1 &= x_3 \quad \leftarrow \text{Acidi grassi volatili} \\ y_2 &= x_1 + x_2 + c(x_4 + x_5) \quad \leftarrow \text{COD} \\ y_3 &= \delta_5 \mu_{2,\max} \frac{x_3}{x_3 + K_{S2} + x_3^2/K_{I2}} x_5 \end{aligned}$$

↑  
Portata di metano

Particolato organico

$$\begin{aligned} x &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [X_0 \ S_1 \ S_2 \ X_1 \ X_2]^T \\ u &= [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [X_{0,in} \ S_{1,in} \ S_{2,in}]^T \\ \delta &= [\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4 \ \delta_5 \ \delta_6]^T = [k_0 \ k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_6 \ \mu_0]^T \end{aligned}$$

↑  
Parametri

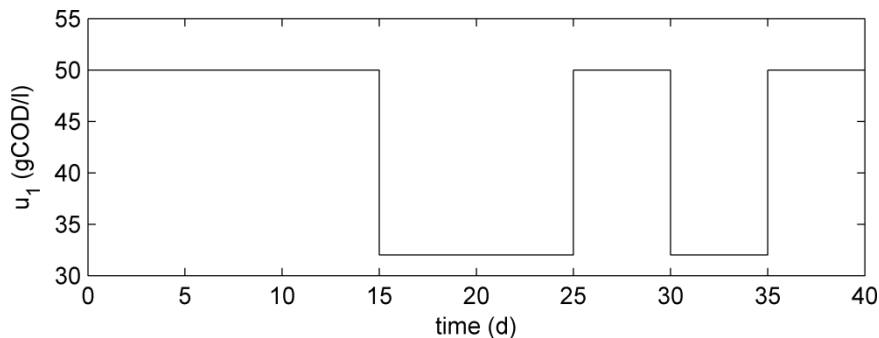




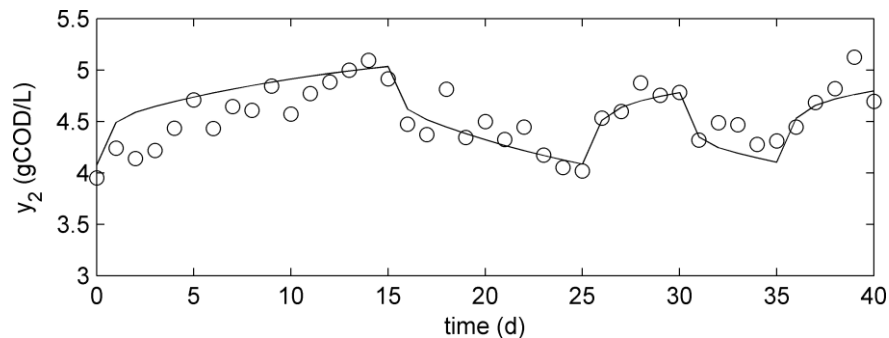
# Identificazione basata su simulazioni del modello ADM1

— ADM1      ○ AMOCO

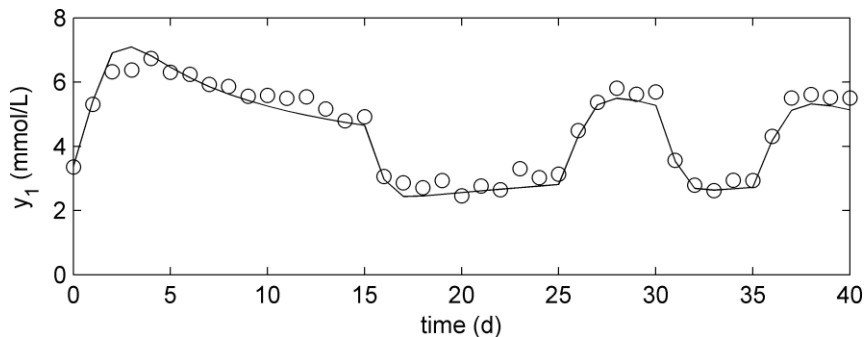
## Particolato organico



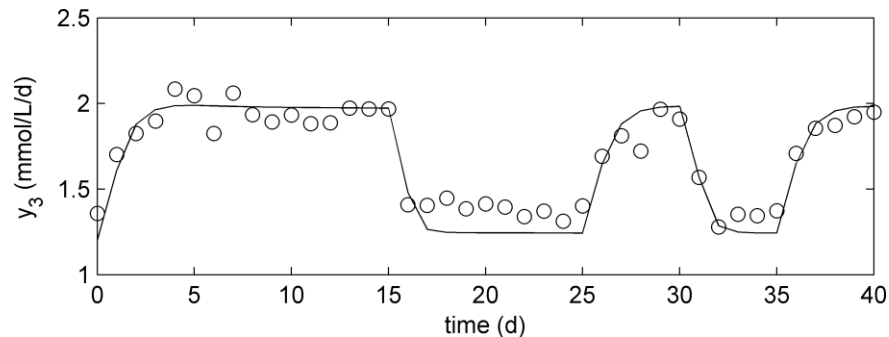
## Altre sostanze



## Acidi grassi volatili



## Portata di metano



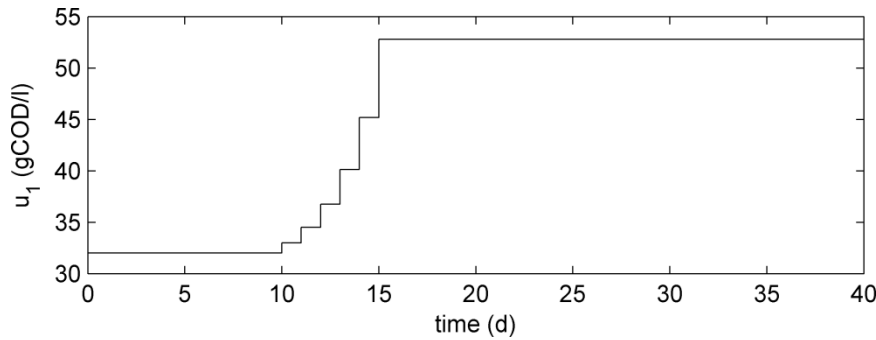




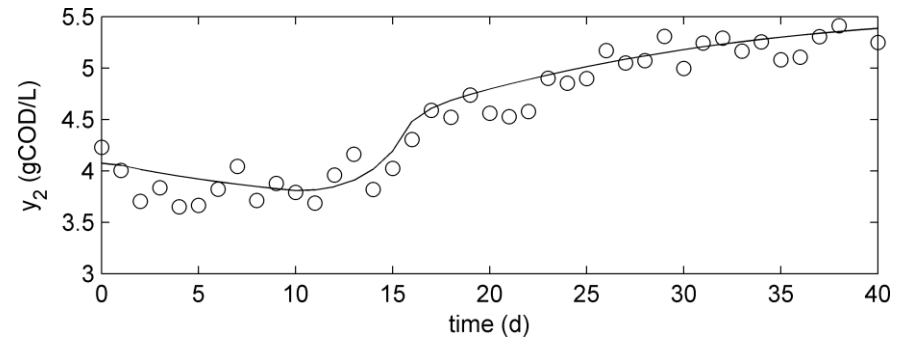
# Validazione basata su simulazioni del modello ADM1

— ADM1    ○ AMOCO

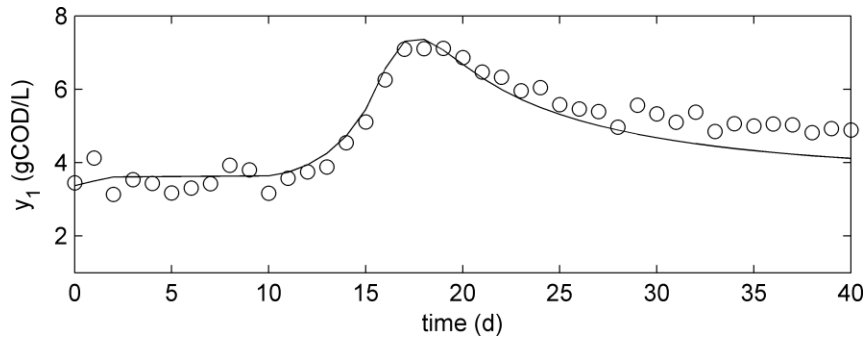
## Particolato organico



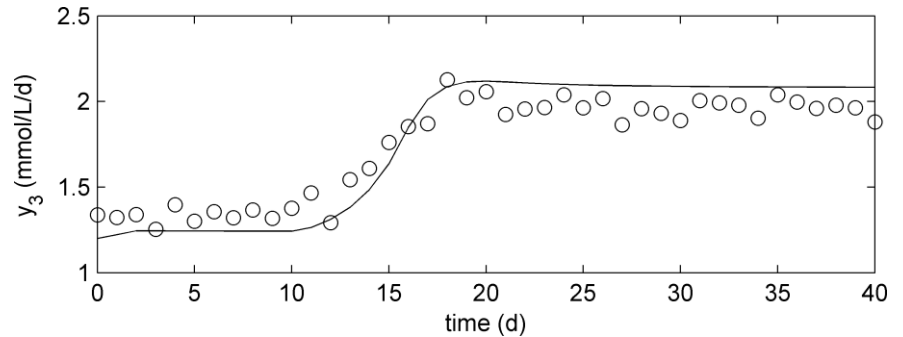
## Altre sostanze



## Acidi grassi volatili



## Portata di metano





# Identificazione basata su misure reali

Digestore alimentato con scarti di origine agricola

$$\dot{x}_1 = \frac{u_4}{V}(u_1 - x_1) - \delta_2 x_1$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u_4}{V}(u_2 - x_2) + k_0 \delta_2 x_1 - k_1 \mu_{1,\max} \frac{x_2}{x_2 + K_{S1}} x_4$$

$$\dot{x}_3 = \frac{u_4}{V}(u_3 - x_3) + k_2 \mu_{1,\max} \frac{x_2}{x_2 + K_{S1}} x_4 - k_3 \mu_{2,\max} \frac{x_3}{x_3 + \delta_1 + x_3^2/K_{I2}} x_5$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{u_4}{V} x_4 + \mu_{1,\max} \left( \frac{x_2}{x_2 + K_{S1}} - k_{d1} \right) x_4$$

$$\dot{x}_5 = -\frac{u_4}{V} x_5 + \mu_{2,\max} \left( \frac{x_3}{x_3 + \delta_1 + x_3^2/K_{I2}} - k_{d2} \right) x_5$$

$$\dot{x}_6 = -\frac{u_4}{V} x_6 + (1 - k_0) \delta_2 x_1$$

$$y_1 = x_3$$

$$y_2 = x_1 + x_2 + x_6 + c(x_4 + x_5)$$

$$y_3 = r_{CH_4} = k_6 \mu_{2,\max} \frac{x_3}{x_3 + \delta_1 + x_3^2/K_{I2}} x_5$$

Acidi grassi volatili

COD

Portata di metano

(Si è aggiunta una variabile di stato per considerare la materia organica non degradabile)

Particolato organico

Portata

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [X_0 \ S_1 \ S_2 \ X_1 \ X_2 \ X_{ND}]^T$$

$$u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T = [X_{0,in} \ S_{1,in} \ S_{2,in} \ q_{in}]^T$$

$$\delta = [\delta_1 \ \delta_2]^T = [K_{S2} \ \mu_0]^T$$

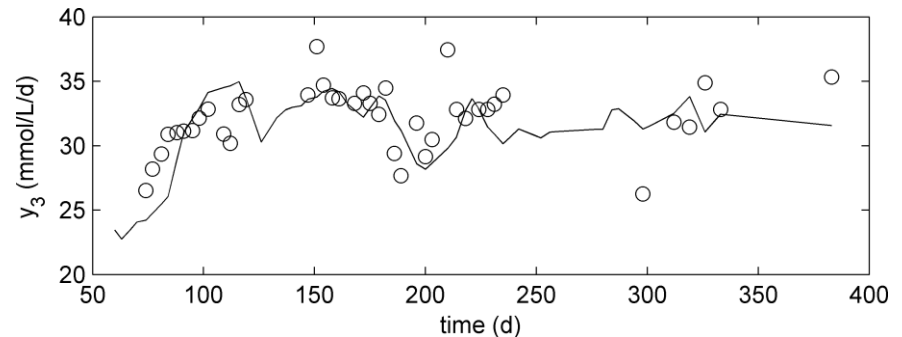
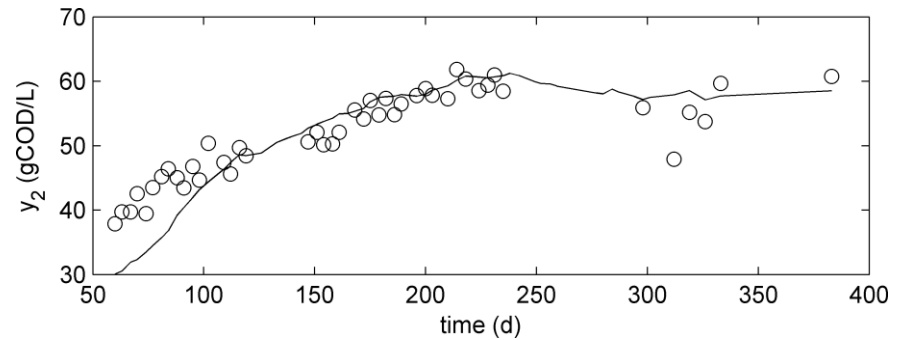
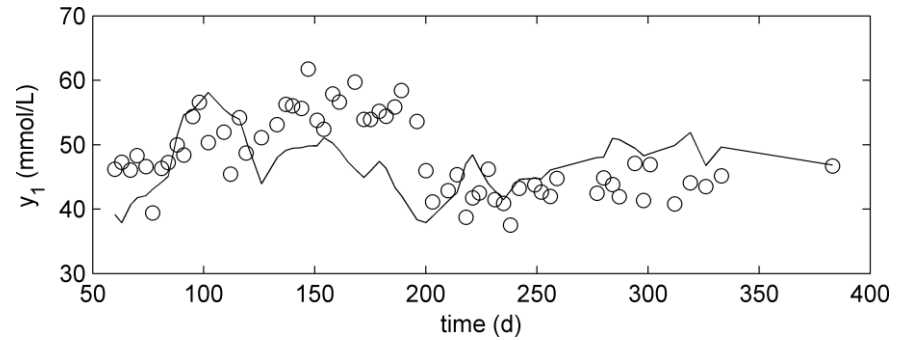
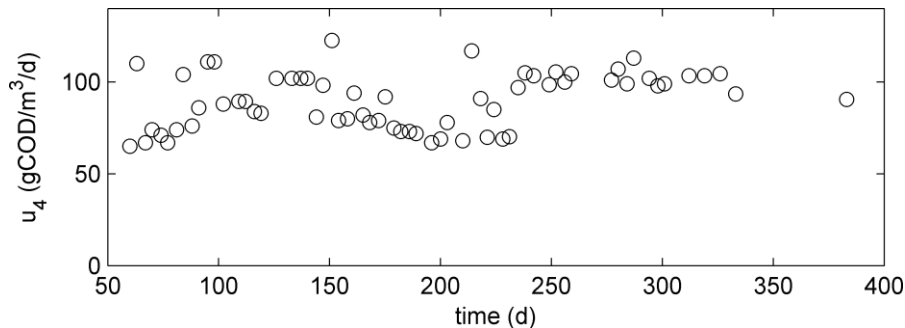
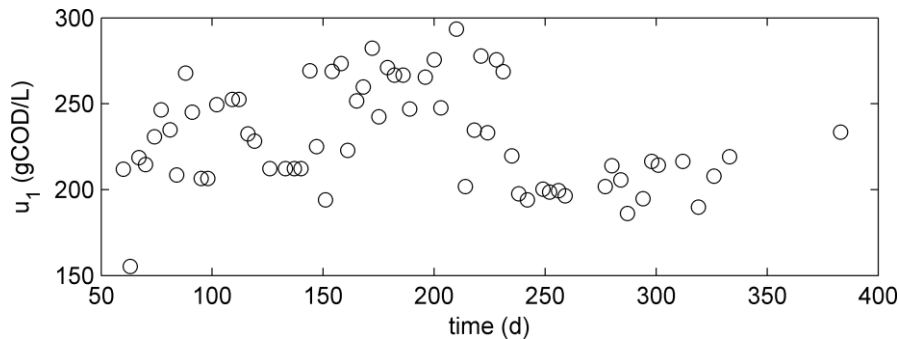
Parametri



# Identificazione basata su misure reali

Digestore alimentato con scarti di origine agricola

— Misure    ○ AMOCO





## Troppa acidità ⇒ Indigestione!

- La produzione di biogas è ostacolata da alcuni fenomeni di **inibizione** della crescita dei batteri, dipendenti dal grado di acidità
- Se il grado di acidità supera una certa soglia l'intero processo si arresta ed il digestore deve essere svuotato
- Il modello ADM1 considera parecchi di questi fattori:

---

$I_{pH,aa}$	inhib. fact. for $pH$ of amino acids degr.	$I_{H_2,fa}$	inhib. fact. for $H_2$ of fatty acids uptake
$I_{pH,ac}$	inhib. fact. for $pH$ of acetate degr.	$I_{H_2,C_4}$	inhib. fact. for $H_2$ of valerate uptake
$I_{pH,H_2}$	inhib. fact. for $pH$ of hydrogen degr.	$I_{H_2,pro}$	inhib. fact. for $H_2$ of propionic acid uptake
$I_{IN,lim}$	$N$ -dependent limiting factor	$I_{NH_3}$	ammonia-dependent inhib. factor

---

- Il modello AMOCO deve invece essere ulteriormente modificato per introdurre una descrizione dell'inibizione da acidità

$$I = \frac{K_{pH}}{S_2 / Z + K_{pH}}$$

← Parametro da identificare



## Possibili utilizzi del modello

- Disporre di un modello della digestione può consentire di:
  - Prevenire i fenomeni di instabilità, agendo in tempo sulle variabili di controllo del processo
  - Massimizzare la produzione di biogas in condizioni di transitorio:
    - Cambiamento del materiale influente
    - Condizioni di sovraccarico
    - Cambiamenti della temperatura di esercizio
  - Determinare manovre che consentano di ridurre i tempi di avviamento dell'impianto
  - Analizzare strategie di controllo che consentano di massimizzare la produzione di biogas in condizioni di regime
    - Per esempio minimizzando il grado di acidità, aggiungendo un'opportuna quantità di sostanza basica all'influente